Optimisation de la durée de vie d'un réseau de capteurs vidéos

Jean-François COUCHOT, Ahmed MOSTEFAOUI

Institut FEMTO-ST - Département DISC- Équipe AND

31 Mai 2013

Plan

1. Problématique générale

2. Démarche d'optimisation

3. Travaux en cours

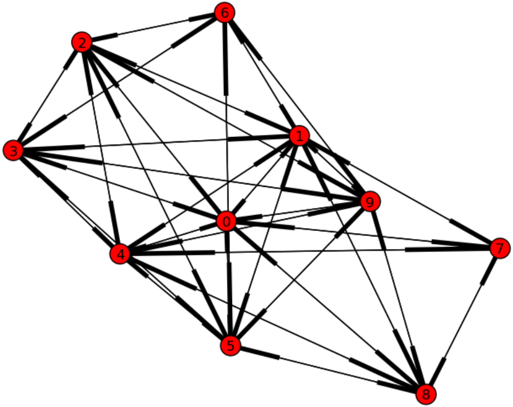
Plan

1. Problématique générale

2. Démarche d'optimisation

3. Travaux en cours

Contexte : réseau de capteurs vidéos



- Objectif : maximiser la durée de vie du réseau T_{net}
- Objectif équivalent : minimiser l'inverse $q = \dfrac{1}{T_{net}}$

Formalisation : réseau et flux

- Article publiée en 2009 [1]
- Graphe orienté fort. connexe, $a_{il} = \begin{cases} 1 & \text{si } l = (i, \_) \\ -1 & \text{si } l = (\_, i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- V l'ensemble des capteurs vidéos de N.
- Encodage de la vidéo au nœud h au taux R_h, $R_h \geq 0$
  $\rightsquigarrow$ Taux de production η_{hi} du nœud i pour la session h
  $$\eta_{hi} = \begin{cases} R_h & \text{si } i \text{ est } h \\ -R_h & \text{si } i \text{ est le puits} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
- Flux de la session h dans l'arc l : x_{hl}, $x_{hl} \geq 0$
- Pour y_l la somme des flux dans l : $\forall l \in L \sum_{h \in V} x_{hl} = y_l$
- Conservation du flux : $\forall h \in V, \forall i \in N \sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} = \eta_{hi}$

1. Yifeng He ; Lee, I. ; Ling Guan, "Distributed Algorithms for Network Lifetime Maximization in Wireless Visual Sensor Networks," Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on , vol.19, no.5, pp.704,718, May 2009

Formalisation : réseau et flux

- Article publiée en 2009 [1]
- Graphe orienté fort. connexe, $a_{il} = \begin{cases} 1 & \text{si } l = (i, \_) \\ -1 & \text{si } l = (\_, i) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$
- V l'ensemble des capteurs vidéos de N.
- Encodage de la vidéo au nœud h au taux R_h, $R_h \geq 0$

  $\rightsquigarrow$ Taux de production η_{hi} du nœud i pour la session h

  $$\eta_{hi} = \begin{cases} R_h & \text{si } i \text{ est } h \\ -R_h & \text{si } i \text{ est le puits} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$
- Flux de la session h dans l'arc l : x_{hl}, $x_{hl} \geq 0$
- Pour y_l la somme des flux dans l : $\forall l \in L \sum_{h \in V} x_{hl} = y_l$
- Conservation du flux : $\forall h \in V, \forall i \in N \sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} = \eta_{hi}$

1. Yifeng He ; Lee, I. ; Ling Guan, "Distributed Algorithms for Network Lifetime Maximization in Wireless Visual Sensor Networks," Circuits and Systems for Video Technology, IEEE Transactions on , vol.19, no.5, pp.704,718, May 2009

Formalisation : énergie

- Puissance d'encodage au nœud i : P_{si}, $P_{si} > 0$.
- Distorsion bornée : $\sigma^2 e^{-\gamma . R_h . P_{sh}{}^{2/3}} \leq D_h$.
- Charge initiale du nœud i : B_i
- Puissance dissipée au nœud i :

$$P_{si} + P_{ti} + P_{ri} = P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^s . y_l + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^r . y_l \leq q . B_i .$$

Formalisation : énergie

- Puissance d'encodage au nœud i : P_{si}, $P_{si} > 0$.
- Distorsion bornée : $\sigma^2 e^{-\gamma . R_h . P_{sh}{}^{2/3}} \leq D_h$.
- Charge initiale du nœud i : B_i
- Puissance dissipée au nœud i :

$$P_{si} + P_{ti} + P_{ri} = P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^{s} . y_l + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^{r} . y_l \leq q . B_i .$$

Formulation globale

- Trouver R, x, P_s minimisant q t.q.
- $\sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} = \eta_{hi}, \forall h \in V, \forall i \in N$
- $\sum_{h \in V} x_{hl} = y_l, \forall l \in L$
- $\dfrac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma . P_{sh}^{2/3}} \leq R_h \forall h \in V$
- $P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^s . y_l + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^r . y_l \leq q . B_i, \forall i \in N$
- $x_{hl} \geq 0, \forall h \in V, \forall l \in L$
- $R_h \geq 0, \forall h \in V$
- $P_{sh} > 0, \forall h \in V$

Formulation simplifiée

- Trouver R, x, P_s, q_i minimisant $\sum_{i \in N} q_i^2$ t.q.
- $\sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} = \eta_{hi}, \forall h \in V, \forall i \in N$
- $\dfrac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma . P_{sh}^{2/3}} \leq R_h, \forall h \in V$
- $P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^s . \left(\sum_{h \in V} x_{hl}\right) + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^r . \left(\sum_{h \in V} x_{hl}\right) \leq q . B_i, \forall i \in N$
- $\sum_{i \in N} a_{il} . q_i = 0 \forall l \in L$
- $x_{hl} \geq 0, \forall h \in V, \forall l \in L$
- $R_h \geq 0, \forall h \in V$
- $P_{sh} > 0, \forall h \in V$
- $q_i > 0, \forall i \in N$

Plan

Multiplicateurs de Lagrange [2]

- Trouver R, x, P_s, q_i minimisant $\sum_{i \in N} q_i^2$ t.q.
- $\sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} = \eta_{hi}, \forall h \in V, \forall i \in N \rightsquigarrow u_{hi}$
- $\dfrac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma . P_{sh}^{2/3}} \leq R_h, \forall h \in V \rightsquigarrow v_h$
- $P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^s . \left(\sum_{h \in V} x_{hl}\right) + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^r . \left(\sum_{h \in V} x_{hl}\right) \leq q . B_i, \forall i \in N \rightsquigarrow \lambda_i$
- $\sum_{i \in N} a_{il} . q_i = 0 \forall l \in L \rightsquigarrow w_l$
- $x_{hl} \geq 0, \forall h \in V, \forall l \in L$
- $R_h \geq 0, \forall h \in V$
- $P_{sh} > 0, \forall h \in V$
- $q_i > 0, \forall i \in N$

2. Palomar, D.P. ; Mung Chiang, "A tutorial on decomposition methods for network utility maximization," Selected Areas in Communications, IEEE Journal on , vol.24, no.8, pp.1439,1451, Aug. 2006

Opérateur de Lagrange

Trouver R, x, P_s, q_i minimisant

$$
\begin{aligned}
& L(R, x, P_s, q, u, v, \lambda, w) = \\
& \sum_{i \in N} q_i^2 + \sum_{h \in V, l \in L} \delta . x_{hl}^2 + \sum_{h \in V} \delta . R_h^2 \\
& + \sum_{h \in V} \sum_{i \in N} u_{hi} \left(\sum_{l \in L} a_{il} x_{hl} - \eta_{hi} \right) \\
& + \sum_{h \in V} v_h . \left(\frac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma . P_{sh}^{2/3}} - R_h \right) \\
& + \sum_{i \in N} \lambda_i . \left(P_{si} + \sum_{l \in L} a_{il}^{+} . c_l^s . \left(\sum_{h \in V} x_{hl} \right) \right. \\
& \qquad \left. + \sum_{l \in L} a_{il}^{-} . c^r . \left(\sum_{h \in V} x_{hl} \right) - q . B_i \right) \\
& + \sum_{l \in L} w_l . \left(\sum_{i \in N} a_{il} . q_i \right)
\end{aligned}
$$

- $x_{hl} \geq 0, \forall h \in V, \forall l \in L$
- $R_h \geq 0, \forall h \in V$
- $P_{sh} > 0, \forall h \in V$
- $q_i > 0, \forall i \in N$

Opérateur de Lagrange

Trouver R, x, P_s, q_i minimisant

$$
\begin{aligned}
&L(R, x, P_s, q, u, v, \lambda, w) = \\
&\sum_{i\in N} q_i^2 + \sum_{h\in V, l\in L} \delta.x_{hl}^2 + \sum_{h\in V} \delta.R_h^2 \\
&+\sum_{h\in V}\sum_{i\in N} u_{hi}\left(\sum_{l\in L} a_{il}x_{hl} - \eta_{hi}\right) \\
&+\sum_{h\in V} v_h.\left(\frac{\ln(\sigma^2/D_h)}{\gamma.P_{sh}^{2/3}} - R_h\right) \\
&+\sum_{i\in N}\lambda_i.\Big(P_{si} + \sum_{l\in L} a_{il}^{+}.c_l^{s}.\left(\sum_{h\in V} x_{hl}\right) \\
&\qquad\qquad + \sum_{l\in L} a_{il}^{-}.c^{r}.\left(\sum_{h\in V} x_{hl}\right) - q.B_i\Big) \\
&+\sum_{l\in L} w_l.\left(\sum_{i\in N} a_{il}.q_i\right)
\end{aligned}
$$

- $x_{hl} \geq 0, \forall h \in V, \forall l \in L$
- $R_h \geq 0, \forall h \in V$
- $P_{sh} > 0, \forall h \in V$
- $q_i > 0, \forall i \in N$

Approche itérative : variables duales

- $u_{hi}^{(k+1)} = u_{hi}^{(k)} - \theta^{(k)}.\left(\eta_{hi}^{(k)} - \sum_{l \in L} a_{il} x_{hl}^{(k)}\right)$
- $v_h^{(k+1)} = \max\left\{0, v_h^{(k)} - \theta^{(k)}.\left(R_h^{(k)} - \dfrac{\ln(\sigma^2/D_h)}{\gamma.(P_{sh}^{(k)})^{2/3}}\right)\right\}$
- $$\begin{aligned}\lambda_i^{(k+1)} = \lambda_i^{(k)} - \theta^{(k)} \quad . \quad & \left(q^{(k)}.B_i - \sum_{l \in L} a_{il}^{+}.c_l^{s}.\left(\sum_{h \in V} x_{hl}^{(k)}\right)\right. \\ & \left. - \sum_{l \in L} a_{il}^{-}.c^{r}.\left(\sum_{h \in V} x_{hl}^{(k)}\right) - P_{si}^{(k)}\right)\end{aligned}$$
- $w_l^{(k+1)} = w_l^{(k+1)} + \theta^{(k)}.\left(\sum_{i \in N} a_{il}.q_i^{(k)}\right)$
- $\theta^{(k)} = \omega / t^{1/2}$

Approche itérative : variables primaires

1. $q_i^{(k)} = \arg\min_{q_i > 0} \left(q^2 + q. \left(\sum_{l \in L} a_{il} w_l^{(k)} - \lambda_i^{(k)} B_i \right) \right)$
2. $P_{sh}^{(k)} = \arg\min_{p > 0} \left(v_h^{(k)} . \frac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma p^{2/3}} + \lambda_h^{(k)} p \right)$
3. $R_h^{(k)} = \arg\min_{r \geq 0} \left(\delta r^2 - v_h^{(k)} . r - \sum_{i \in N} u_{hi}^{(k)} \eta_{hi} \right)$
4. $x_{hl}^{(k)} =$
   $\arg\min_{x \geq 0} \left(\delta . x^2 + x . \sum_{i \in N} \left(\lambda_i^{(k)} . (c_l^s . a_{il}^+ + c^r . a_{il}^-) + u_{hi}^{(k)} a_{il} \right) \right)$

Plan

Analyse des résultats

- Validité du remplacement de $\sum_{i \in N} q_i^2$ par $\sum_{i \in N} q_i^2 + \sum_{h \in V, l \in L} \delta.x_{hl}^2 + \sum_{h \in V} \delta.R_h^2$?
- Résultats expérimentaux avec $\delta = 0,2$
  - $q_i \approx 0,105$ et $0,1 \leq R_h \leq 0,15$
  - $\sum_{i \in N} q_i^2 \approx 0.11$ vs. $\sum_{i \in N} q_i^2 + \sum_{h \in V, l \in L} \delta.x_{hl}^2 + \sum_{h \in V} \delta.R_h^2 \geq 0,20$
  - Non négligeable !

Approche itérative : quelques remarques

1. $q_i^{(k)} = \arg\min_{q_i > 0} \left(q^2 + q. \left(\sum_{l \in L} a_{il} w_l^{(k)} - \lambda_i^{(k)} B_i \right) \right)$
2. $P_{sh}^{(k)} = \arg\min_{p > 0} \left(v_h^{(k)} . \frac{\ln(\sigma^2 / D_h)}{\gamma p^{2/3}} + \lambda_h^{(k)} p \right)$
3. $R_h^{(k)} = \arg\min_{r \geq 0} \left(\delta r^2 - v_h^{(k)} . r - \sum_{i \in N} u_{hi}^{(k)} \eta_{hi} \right)$
4. $x_{hl}^{(k)} =$
   $\arg\min_{x \geq 0} \left(\delta . x^2 + x . \sum_{i \in N} \left(\lambda_i^{(k)} . (c_l^s . a_{il}^+ + c^r . a_{il}^-) + u_{hi}^{(k)} a_{il} \right) \right)$

- Toutes les fonctions sont dérivables !
- $\rightsquigarrow$ pour 1. 3. 4., calcul direct du min !
- 2. str. décroissante si $\lambda_h^{(k)}$ $\rightsquigarrow$ l'argmin est infini !
- Convexité de 3. et 4. artificielle ? Arbitraire ?

Approche itérative assynchrone

- Calculs effectués sur chaque nœud : réécriture de

$$w_l^{(k+1)} = w_l^{(k+1)} + \theta^{(k)}.\left(\sum_{i \in N} a_{il}.q_i^{(k)}\right)$$

- Conditions pour la convergence asynchrone du calcul [3]
  - Majoration des sous-gradients par une constante C
  - θ : sous la forme ω/t^q avec $3/4 < q \leq 1$
- Premières expérimentations :
  - Pour chaque variable X à modifier : $X^{k+1} = f(X^k) if random() < TelseX^k$
  - Convergence pour

3. Nedić, A., Bertsekas, D. P., & Borkar, V. S. (2001). Distributed asynchronous incremental subgradient methods. Studies in Computational Mathematics, 8, 381-407.

Merci