

## Les termes d'énergies dans les modèles déformables

- ▶ Rappels sur les *snakes*
- ▶ Mathews Jacob : Nouvelles énergies
- ▶ *Snakes* : Forces de Ballon (Cohen)
- ▶ *Snakes* : Forces de Distance
- ▶ Rappels sur les *Level Sets*
- ▶ *Level Sets* : nouveau terme de vitesse

- Un *snake* est une courbe paramétrée  $v(t)=[x(t), y(t)], t \in [0,1]$  *abscisse curviligne*  
 $v(t)$  se déplace dans le domaine spatial de l'image en minimisant l'énergie:

$$E_{snake} = E_{interne} + E_{Externe}$$
$$E_{interne} = \frac{1}{2} \int_0^1 \alpha |v'(t)|^2 + \beta |v''(t)|^2 dt$$

- $\alpha$  et  $\beta$  contrôlent respectivement la tension et la rigidité du modèle, souvent des constantes.
- $v'(s)$  prend en compte les variations de la longueur de la courbe contrôlée par l'élasticité attribuée au contour.
- $v''(s)$  exprime les variations de la courbe, contrôlée par la raideur du contour.
- $E_{Externe}$  est obtenue à partir de l'image en intégrant une fonction le long du contour. Elle prend des petites valeurs au niveau des frontières des points d'intérêts. Le plus souvent, on choisit :  $P(x, y) = -\nabla I(x, y)$

$$E_{Externe} = \int_0^1 P(v(s)) ds$$

- ▶ Mathews Jacob propose l'ajout d'une contrainte dans la formulation de l'énergie du *snake*.

$$E_{snake} = E_{Interne} + \underbrace{E_{Image} + E_{Contrainte}}_{E_{Externe}}$$

- ▶ Soit  $M$  la périodicité de la courbe, on a pour tout point  $p_i$  du contour :

$$p_i = p_{i+M}$$

- ▶ Nouvelles formulations des différentes énergies.

- ▶ L'énergie interne est responsable de la régularité du contour.
- ▶ Kass a propose comme énergie interne une combinaison linéaire de la longueur de la courbe et l'intégrale au carré de la courbure le long du contour.

$$E_{Interne} = \lambda_1 \underbrace{\int_0^M \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2} dt}_{length} + \lambda_2 \int_0^M |\kappa(v)|^2 dt$$

avec :

$$\int_0^M |\kappa(v)|^2 dt = \frac{1}{c^2} \int_0^M \underbrace{(|x''(t)|^2 + |y''(t)|^2)}_{|v''(t)|^2} dt$$

$$c = \gamma \frac{(length)^2}{M^2}$$

- ▶ Energie pénalisant le fait de ne pas être sur l'abscisse curviligne :

$$E_{coubure} = \int_0^M \|v'(t)\|^2 - c\|^2 dt$$

- ▶ Nouvelle énergie interne simplifiée dûe au fait de l'impossibilité de calculer les dérivées partielles du terme de la longueur :

$$E_{Interne} = E_{coubure} + \frac{(1 - \gamma)^2 length^2}{M^2}$$

avec  $\gamma < 1$

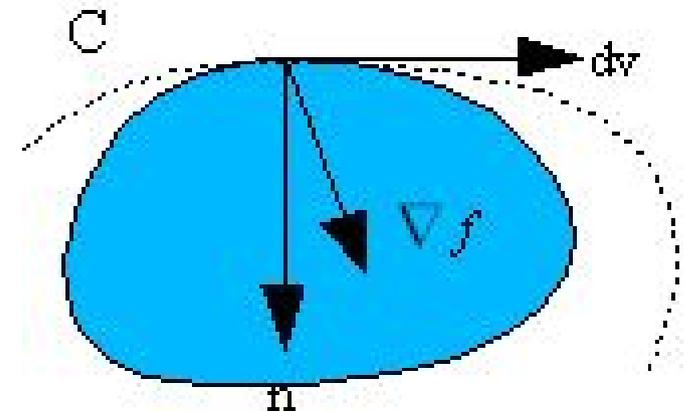
► L'énergie externe est générale comme ceci :  $E_{image} = - \int_0^M |\nabla f(t)|^2 dt$   
avec  $\nabla f(t)$  le gradient au point  $v(t)$

► Energie proposée :  $E_{image} = - \oint_C \nabla f(v) \cdot \underbrace{(k \times dv)}_{\|dv\| \vec{n}(v)}$

avec :  $k$  vecteur orthogonal au plan de l'image

$\vec{n}(v)$  vecteur normal unitaire rentrant de la courbure

$$\vec{n}(v) = (dv \times k) / \|dv\|$$



- ▶ La contrainte externe permet à l'utilisateur d'interagir avec le *snake* en le guidant vers un contour.
- ▶ L'utilisateur peut ajouter des points sur le contour à détecter. On contraint alors le *snake* par l'ajout d'une énergie telle que la distance entre ces points et ceux correspondant les plus proche sur la courbe.
- ▶ L'énergie est alors :

$$E_{\text{Contrainte}} = \sum_0^{N_c-1} \min_{t \in [0, M]} |v(t) - v_{c,i}|^2$$

avec  $v_{c,i}$  les points de contraintes

$N_c$  le nombre de points

▶ Introduit par Cohen : 
$$F_p(v) = k_1 \vec{n}(s) - \kappa \frac{\nabla P}{|\nabla P|}$$

où :

- ▶  $\vec{n}(s)$  vecteur normal sortant au point  $s$
- ▶  $k_1$  définit la puissance de la force de pression (gonfle/dégonfle)

▶ Toa Guo et Yoshifumi Yasuoka propose d'adapter cette force de ballon :

$$F_p(v) = k_1 \vec{n}(s) - k_2 \frac{E_{DSM}}{|E_{DSM}|} - k_3 \frac{E_{image}}{|E_{image}|}, \quad si F < F_{threshold} \quad F = 0$$

où:

- ▶  $k_1$  contrôle l'amplitude du mouvement de la force de pression
- ▶  $k_2, k_3$  contrôle la force de l'image de sensibilité et l'image gradient
- ▶  $E_{image}$  énergie dérivée de l'image gradient
- ▶  $E_{DSM}$  énergie produite à partir du détecteur de contour de Darmanjian-Shaker Method (DSM).

- ▶ Calcul d'une distance (Euclidienne ou de Chamfer) de chaque pixel au point de contour le plus proche.
- ▶ Carte des distances :  $d(x, y)$ 
  - grandes étendues d'attraction du champs de force

- ▶ L'énergie potentielle est :

$$P_d(x, y) = \omega_d e^{-d(x, y)^2}$$

- ▶ Et le champ de force est :

$$F_d(v) = -\nabla P_d(x, y)$$

### Modèles déformables géométriques : Level Sets (Osher & Sethian 1996)

$C(t) : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$  la courbe et  $F$  la fonction vitesse de propagation selon la normale ,  
on a :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = F \cdot \vec{N}$$

$C(s, 0) = C_0(s)$  la courbe initiale

$\Phi(s, t) = \pm d$   $d$  la distance du point  $s$  à la courbe  $C(t)$

#### Propriétés de $\Phi$

- $\Phi(s, t) > 0$  si  $s$  est à l'extérieur de la courbe
- $\Phi(s, t) < 0$  si  $s$  est à l'intérieur de la courbe
- $\Phi(s, t) = 0$  si  $s$  est sur la courbe

$$C(t) : \{ s / \Phi(s, t) = 0 \}$$

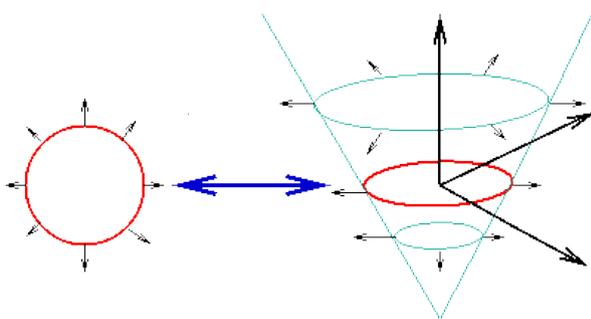
#### Equation du mouvement

$$\Phi_t + F |\nabla \Phi| = 0$$

$$\Phi(s, t = 0) = \text{courbe initiale}$$

#### Schéma explicite

$$\Phi^{n+1} = \Phi^n - \Delta t \cdot F \cdot |\nabla \Phi|$$



- ▶ Le terme de vitesse  $F$  joue un rôle important afin d'avoir un bon résultat lors de la segmentation.

- ▶ Posons  $g$  le gradient de l'image et

$$k : [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R}^+, \text{ tel que } \lim_{g \rightarrow +\infty} k(g) = 0$$

- ▶ Jiangweng Deng, H.T. Tsui propose une autre formulation du terme de vitesse :

$$F = k(g) * (c + \varepsilon \kappa) - (\nabla k \cdot \vec{N})$$

avec :

- ▶  $\kappa$  la courbure du front
- ▶  $\nabla k \cdot \vec{N}$  attire le front sur les contours de l'image
- ▶  $c, \varepsilon$  des constantes
- ▶  $k(g)$  fait tendre vers zéro le terme qui suit autour des contours

1. Mathews Jacob, Thierry Blu, Michael Unser,  
*Efficient Energy and Algorithms for Parametric Snakes*,  
Sept 2004, IEEE
2. Tao Guo, Yoshifumi Yasuoka  
*Snake-based approach for building extraction from high-resolution satellite images and height data in urban areas*  
Nov 2002, 23<sup>rd</sup> Asian Conference on Remote Sensing, Kathmandu, Nepal
3. Jiangwen Deng, H.T. Tsui  
*A fast level set method for segmentation of low contrast noisy biomedical images*  
2003, ELSEVIER – Pattern Recognition Letters
4. Darmanjian-Shaker Method (DSM)  
*Novel Edge Detector with Blurring*  
2004